

ČELNI S-ZOBNIKI GEOMETRIJA IN LASTNOSTI

TRANSFORMACIJA IZ ZOBNICE V PROFIL BOKA ZOBA ZOBNIKA

Osnovna zahteva, ko definiramo geometrijo bokov zob je ta, da bok zoba zobnice, kot tudi boka zobov gnanega in gonilnega zobnika izpolnjujejo zakon ozobja in ubirajo po isti ubirnici. Tema dvema zahtevama ustrezajo različne matematične krivulje, npr. cikloide, evolvente in podobne družine krivulj. Ti principi so veljavni tudi tedaj, ko je kateri izmed elementov ozobja definiran, ostali pa potem izvirajo od njega. To daje konstrukterju nekaj svobode, da prilagodi nekatere lastnosti, ki naj jih bi zobniki imeli. Za S – zobnike je bok zobnice analitično definiran s sledečo enačbo:

$$y_i = a_p \cdot \sqrt[n]{1 - x_i^2} \quad (1)$$

kjer so:

- x_i, y_i – koordinate v Kartezijevim koordinatnem sistemu z izhodiščem v kinematičnem polu C;
- a_p –faktor velikosti (v tem primeru $a_p = 1,30267$);
- n – eksponent ($n = 1,9$).

Oba parametra, tako a_p , kot tudi n , imata odločujoč vpliv na pričakovane karakteristike S – zobnikov. Enačba (1) definira višino zoba zobnice nad kotalno črto, njen pol-simetrični spodnji del pa definira vznožje zoba zobnice pod kotalno črto.

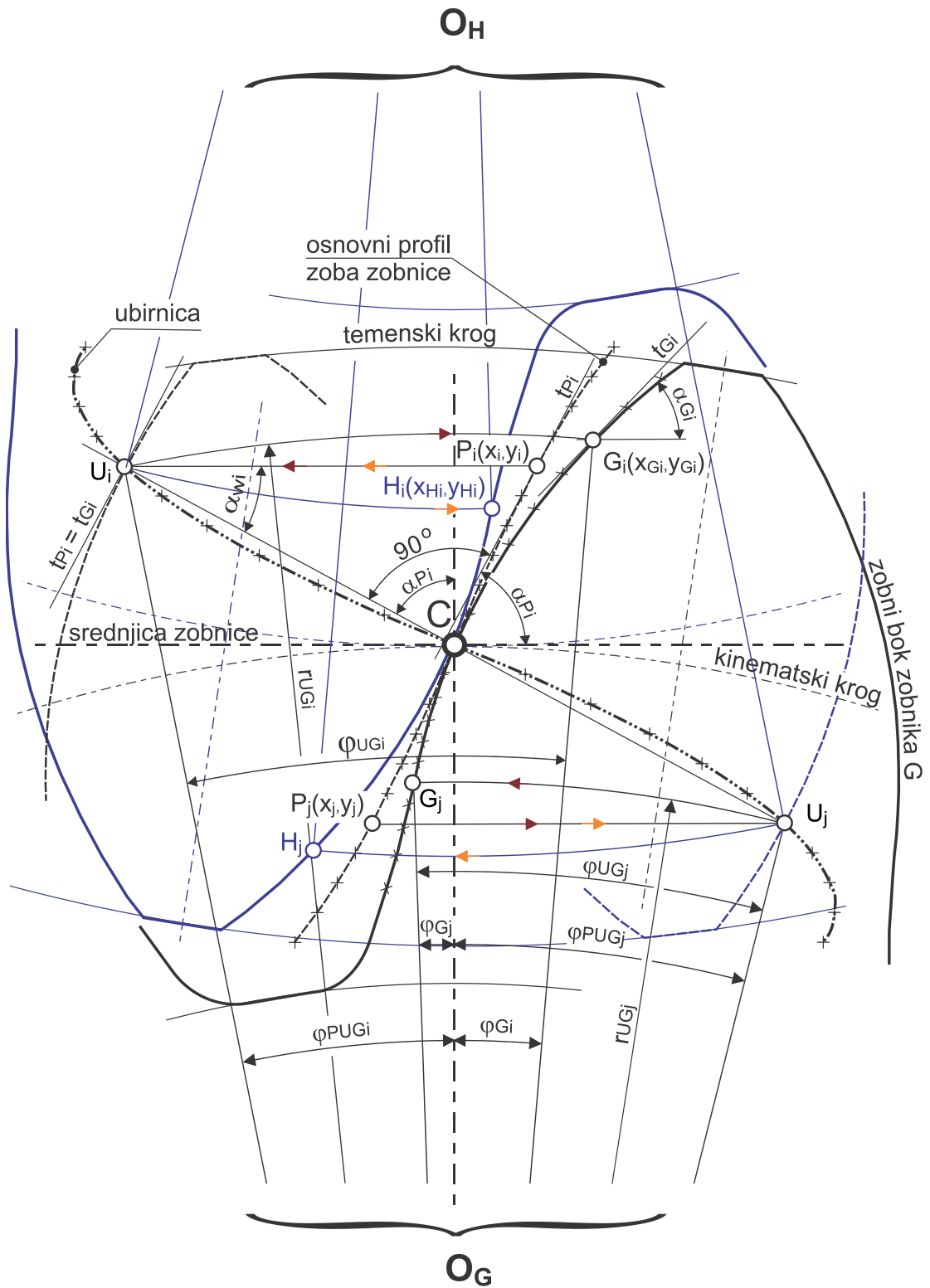
Enačba (1) tako določa zobnico (njen aktivni del), ki je osnova za poljubno orodje za izdelavo zobnikov, npr. valjni rezkalniki, kotalni rezkalniki, frezalna orodja, kot tudi posebna orodja, kot so brusilna. Slika 1 prikazuje transformacijo poljubne točke boka zoba zobnice po En. (1) na ubirnico ali na bok zoba zobnika.

Eden od načinov izdelave zobnikov je z zobnico. V tem primeru je orodje v obliki osnovne zobnice in reže vedno v smeri osi zobnika, odmično gibanje pa izvaja v nasprotni smeri. Kotalna metoda generira zob zobnika ob hkratnem usklajenem translacijskim gibanjem zobnice (orodja) in rotacijskem (kotalnem) gibanju zobnika. Pri tem je kontaktna točka srednjice zobnice in kinematičnega kroga zobnika v kinematičnem polu C.

Oznake na sliki:

- $P_i(x_{Pi}, y_{Pi}), P_j(x_{Pj}, y_{Pj})$ – točka na zobnem boku zobnice
- $U_i(x_{Ui}, y_{Ui}), U_j(x_{Uj}, y_{Uj})$ – točka na ubirnici
- $G_i(x_{Gi}, y_{Gi}), G_j(x_{Gj}, y_{Gj})$ – točka na zobnem boku zobnika G
- $H_i(x_{Hi}, y_{Hi}), H_j(x_{Hj}, y_{Hj})$ – točka na zobnem boku zobnika H
- t_{Pi}, t_{Gi}, t_{Hi} – tangenta zobnega boka v točki P_i, G_i, H_i
- $\alpha_{Pi}, \alpha_{Gi}, \alpha_{Hi}$ – kot nagiba v točki P_i, G_i, H_i
- α_{wi} – vpadni kot na ubirnici v točki U_i
- $\varphi_{UGi}, \varphi_{UGj}$ – kot rotacije okrog O_G

- r_{UGi} , φ_{UGi} , r_{UGj} , φ_{UGj} – polarne koordinate točk U_i , U_j
- r_{UGi} , φ_{Gi} , r_{UGj} , φ_{Gj} – polarne koordinate točk G_i , G_j
- φ_{UH_i} , φ_{UH_j} – kot rotacije okrog O_H
- r_{UH_i} , φ_{UH_i} , r_{UH_j} , φ_{UH_j} – polarne koordinate točk U_i , U_j
- r_{UH_i} , φ_{H_i} , r_{UH_j} , φ_{H_j} – polarne koordinate točk H_i , H_j



Slika 1: Konstrukcija ubirnice, bokov zob obeh zobnikov iz profila zobnice

V vsaki točki profila zoba zobnice P_i je definirana tangenta z naklonskim kotom α_{P_i} . Tangento definiramo z odvodom funkcije:

$$y'_i = na_p (1 - x_i)^{n-1} = \tan \alpha_{P_i} \quad (2)$$

Naklonski kot tangente α_{P_i} v poljubni točki P_i je lastnost zobnice, kot je tudi odvod $y'(x)$. Točka na ubirnici U_i je definirana kot presečišče med vzporednico srednjice zobnice in normalo na tangento t_{P_i} , ki poteka skozi kinematični pol C . Ubirnica je krivulja, ki jo opišejo vsi kontakti zobnih bokov para v ubiranju – t.j. zobnice in zobnika. V točki U_i na ubirnici tangenti zobnega boka zobnice t_{P_i} ter zobnega boka zobnika t_{G_i} sovpadata. Nato zavrtimo tangento t_{G_i} (iz točke U_i) okrog središča O_G ob hkratni translaciji tangente t_{P_i} v P_i , s čimer definiramo točko na boku zoba G_i . Ker so t_{P_i} , x_i in y_i znane, lahko definiramo dolžino giba zobnice, t.j. razdaljo $\overline{P_i U_i}$ z enačbo (3).

$$\overline{P_i U_i} = y_i \tan \alpha_{P_i} + x_i = y_i y'_i + x_i \quad (3)$$

Abscisa x_i je:

$$x_i = 1 - \left(1 - \frac{y_i}{a_p}\right)^{1/n} \quad (4)$$

Koordinate ubirnice za vrhnji del ($y > 0$) so:

$$x_{U_i} = -y_i y'_i \quad \text{in} \quad y_{U_i} = y_i \quad (5)$$

Koordinate ubirnice za spodnji del ($y < 0$) samo menjajo predznak v skladu s pol-simetrijo.

Sedaj lahko kot rotacije φ_{UG_i} zaradi rotacije točke oz. tangente t_{G_i} iz točke U_i v točko G_i okrog osi zobnika $G O_G$ izrazimo kot:

$$\varphi_{UG_i} = \frac{y_i \cdot \tan \alpha_{P_i} + x_i}{r_{G0}} \quad (6)$$

Tu je r_{G0} radij delilnega oz. kinematskega (kotalnega) kroga.

Naklonski kot α_{G_i} tangente zobnega boka zobnika G v točki G_i znaša:

$$\alpha_{G_i} = \alpha_{P_i} \pm \varphi_{UG_i} \quad (7)$$

Pri En. (7) se znak plus nanaša na vrh zoba, znak minus pa na vznožje zoba. Radij kinematskega kroga r_{G0} in kot φ_{UG_i} loka $U_i G_i$ sta odvisna od števila zob. To tudi pomeni, da obstaja ob ustreznem profilu zobnice ena sama ubirnica ne glede na število zob zobnika za določen modul. Torej so pretvorbe iz P_i v U_i in iz U_i v G_i monotone in inverzne, se pravi bijektivne; geometrijska transformacija definira zobni bok zobnika iz zobnega boka zobnice. Slika 1 prikazuje celotno situacijo glede na Kartezijev koordinatni sistem z izhodiščem v kinematičnem polu C .

Potem ko smo identificirali transformacije, določimo Kartezijeve koordinate zobnega boka zobnika. Začnemo z definicijo polmera loka $G_i U_i$:

$$r_{UGi} = \frac{r_{G0} + y_i}{\cos \varphi_{PUGi}} \quad (8)$$

kjer je:

$$\tan \varphi_{PUGi} = \frac{y_i y'_i}{r_0 + y_i} \text{ in } \varphi_{PUGi} = \tan^{-1} \varphi_{PUGi} \quad (9)$$

in kotom φ_{Gi} , ki označuje kot radij vektorja r_{UGi} točke G_i in ga določimo s:

$$\varphi_{Gi} = \varphi_{UGi} - \varphi_{PUGi} \quad (10)$$

Torej so Kartezijeve koordinate točke $G_i(x_{Gi}, y_{Gi})$:

$$\begin{aligned} x_{Gi} &= r_{UGi} \sin \varphi_{Gi} \\ y_{Gi} &= r_{UGi} \cos \varphi_{Gi} - r_{G0} \end{aligned} \quad (11)$$

Tako smo definirali levi zobni bok zobnika. Z zrcaljenjem čez ordinatno os in rotacijo okoli osi O_G zobnika G za zahtevano debelino zoba s dobimo še desni bok (in s tem celotni zob). Upoštevati je treba še potreben krožni razstop in oblikovanje vznožja zoba, da je geometrija zobnika v celoti definirana.

PROFIL BOKA ZOBA ZOBNICE

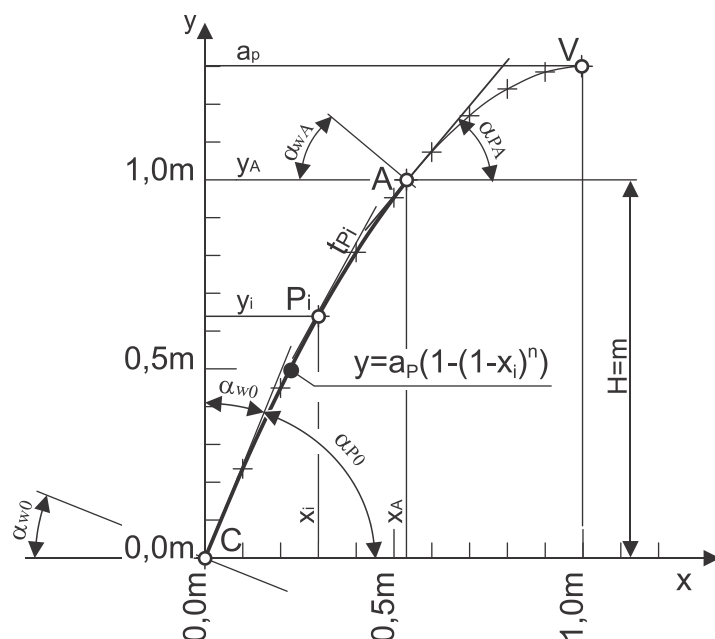
Profil zobnice ustreza delu parabolične krivulje, ki je definirana z En. (1) in je grafično prikazana na Sl. 2. Izhodišče koordinatnega sistema je v kinematičnem polu C, ekstrem prvega reda pa je v točki V. Del krivulje, ki definira zobni bok zobnice omejujeta točki C in A. Višina točke A ustreza modulu m , kar pomeni, da se višina in širina merita v modulu m , kjer je m enota. To pa potem pomeni, da je profil zoba zobnice invarianten modulu. Karakteristična lastnost krivulje je parameter višine a_p , ki vpliva na strmino krivulje. Faktor višine a_p in eksponent n vplivata na začetni naklonski kot krivulje α_{Pi} , ki je v kinematičnem polu C α_{P0} . Vpadni kot α_{wi} je potemtakem:

$$\alpha_{wi} = 90 - \alpha_{Pi} \quad (12)$$

Vpadni kot α_w je funkcija lege na ubirnici. Ker je ubirnica ena za vse zobnike istega modula, so tudi velikosti vpadnih kotov enake tako za zobnico kot za poljubni zobni bok. Pri evolventnih zobnikih je optimalna vrednost vpadnega kota $\alpha_{w0} = 22^\circ$. Razumen sklep je, da tudi za S – zobnike uporabimo enako vrednost za začetni vpadni kot $\alpha_{w0} = 22^\circ$ in zato $\alpha_{P0} = 68^\circ$. Vzdržljivost kontakta S – zobnikov s tako definiranim območjem vpadnih kotov je enaka kot za evolventne zobnike. Vpadni kot α_{wA} na vrhu profila zobnice je limitiran z maksimalno vrednostjo približno 40° . Odvod funkcije (1) v kinematičnem polu C je konstanten in ima vrednost:

$$y'_C = n a_p = \tan \alpha_{P0} = \tan 68 = 2,47509 \quad (13)$$

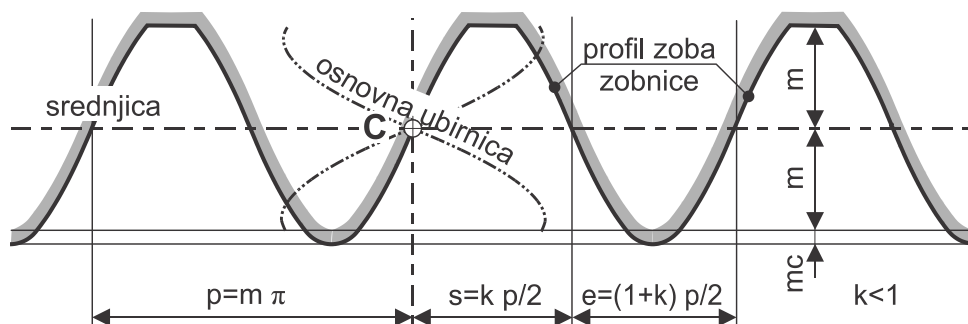
Upoštevajoč zgornjo enačbo, je izbrana vrednost za $a_p = 1,30267$ in za $n = 1,9$.



Slika 2: Profil boka zoba zobnice

PROFIL S – ZOBNICE

Profil zobnice je sestavljen iz dveh pol-simetričnih osnovnih profilov prikazanih na Sl. 2. Del zoba nad srednjico je enak krivulji s sl. 2, spodnji del zoba pod srednjico zobnice pa je pol-simetričen glede na C, kar je prikazano na sl. 3. Profil S – zobnice ima zobe z delitvijo $p = m \cdot \pi$, kjer zob zobnice debeline e tvori vrzel in vrzel zobnice s zob zobnika. S – zobnica je osnova za izdelavo S – zobnikov. Srednjica zobnice razdeli profil na vrh in koren.



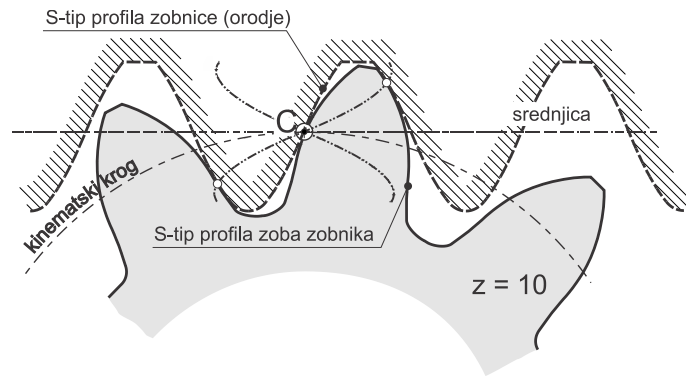
Slika 3: Profil S – zobnice

PROIZVODNJA S – ZOBNIKOV

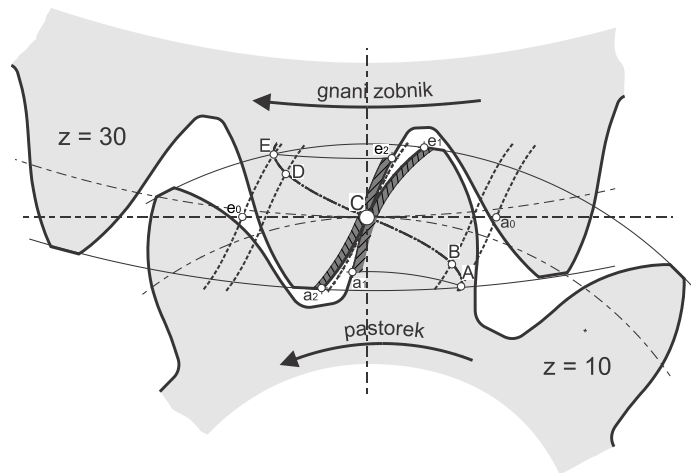
Glede na tehnologijo izdelave so S – zobniki identični evolventnim zobnikom. Razlika je le v profilu zobnice, ki ima za evolventne zobnike raven in za S-zobnike ukrivljen profil. Teoretično ozadje S – zobnikov je invariantno velikosti zobnikov in številu zob. S – zobniki imajo lahko poljubno število zob, navzgor ni omejeno, minimalno število pa se giblje med 6 in 4. S – zobniki se lahko izdelujejo s poljubno tehnologijo proizvodnje zobnikov. Osnovni princip izdelave je kotaljenje zobnice po kinematičnem krogu zobnika, material pa se odvzema s pehanjem. To je prikazano na sl. 4.

Eksperimentalni pari S – zobnikov z modulom $m=4,575$ mm za FZG test so bili narejeni z zobnico z

MAAG postopkom. Notranji zobniki z modulom $m=4$ mm so bili narejeni z rotacijskim zobatim pehalom po Fellows postopku.



Slika 4: Izdelava S – zobnikov z zobnico



Slika 5: Prenos moči z S–zobniškimi parom in razmere pri ubiranju

Na sl. 5 je ilustriran par S – zobnikov v ubiranju, kjer ima pogonski zobnik (pastorek) 10 zob in gnani zobnik 30 zob. Začetna točka ubiranja A ter končna točka ubiranja E sta jasno razvidni. Določata jih temenska kroga obeh zobnikov. Točki B in D označujeta meji, znotraj katerih je ubiranje z enim samim parom zobnih bokov.. Stopnja prekritja je definirana z razmerjem med dolžino od a_0 do e_0 (dolžino ubiranja) in razdelbo. To razmerje mora biti večje od 1 in je odvisno od števila zob obeh zobnikov. Delovna dolžina boka gonilnega zobnika se razteza od a_1 do e_1 in boka gnanega zobnika od a_2 do e_2 . Razlike med delovnimi dolžinami zobnih bokov so majhne tudi ob malem številu zob pogonskega zobnika. Poudariti je treba da so razdalje kontaktnih točk od kinematičnega pola C manjše kot pri evolventnih zobnikih. V temu je razlog za manjše drsne hitrosti in izgube zaradi trenja. Delovne dolžine bokov zob pod kinematskim krogom so pri S – zobnikih daljše kot pri evolventnih, iz česar lahko sklepamo, da je tudi obraba manjša. Če vzamemo v ozir vse zgoraj naštetu, naj bi bili S – zobniki bolj učinkoviti.